Curiosidades estadísticas

Título: Curiosidades estadísticas. **Target:** Bachillerato de Humanidades y Ciencias de la Naturaleza. **Asigantura:** Matemáticas. **Autor:** Alvaro Martin De Agar Ruiz, Ingeniero Superior Industrial, Profesor de Matemáticas en Educación Secundaria.

La Estadística es una ciencia matemática que se refiere a la colección, análisis, interpretación o explicación y presentación de datos. El nombre de Estadística alude al enorme interés de esta rama matemática para los asuntos del Estado y su introducción en el mundo científico se debe a la importancia indiscutible para el desarrollo de las ciencias sociales y humanas.

A lo largo de la historia, han surgido curiosos resultados en la resolución de problemas de la vida real, cuya resolución ha necesitado de la Estadística para su resolución. Asimismo, podemos encontrar abundante bibliografía sobre paradojas estadísticas. En este artículo se recopilan y explican algunos de estos resultados sin profundizar en demasía en el estudio matemático que hay detrás de ellos.

ALGUNAS CURIOSIDADES ESTADÍSTICAS

La hora en los relojes de anuncio

Un resultado curioso derivado de análisis estadísticos es el siguiente: casi todos los relojes que aparecen anunciados marcan las 10:10 o las 10:08. Animo a todos los lectores a fijarse en este detalle la próxima vez que vean un anuncio en televisión o en el periódico para que comprueben que esto es así en la gran mayoría de las ocasiones. ¿Curioso verdad? ¿A qué se deben estas horas tan parecidas? Pues en definitiva a que se ha demostrado que tiene diversos efectos psicológicos y estéticos que hacen que el producto sea más atractivo.

En esta posición, las manillas del reloj forman un “tick” o “check”, que significa “aceptable” o “ok”. También puede identificarse la posición de las manillas con una sonrisa. Además, en esta posición las agujas no tapan ni el logo del fabricante ni el calendario, ubicado normalmente mayoritariamente a las 9 (cuando se sitúa a la izquierda) o a las 3 (cuando se sitúa a la derecha). Un nuevo motivo es que la mayoría de las personas suelen levantarse a las 10 de la mañana cuando no tiene que ir a trabajar porque es fin de semana o festivo. Este mensaje subliminal crea una sensación positiva en el posible comprador. Pero aún hay más razones posibles: si dibujamos un rectángulo dentro de la esfera con el límite marcado por el minutero, éste sería aproximadamente un rectángulo áureo (rectángulo cuyo cociente entre la longitud del lado más largo entre la del lardo corto es la proporción áurea o número de oro). La idea de que todo aquello que tenga proporciones áureas es agradable a la vista está muy consolidada en el mundo del arte, la arquitectura y la publicidad.

Por último, cabe destacar que si el reloj dispone de segundero, éste suele señalar los 25 o 35 segundos. Si marcara los 30 segundos dividiría la circunferencia en tres partes iguales, dando una sensación rígida y puramente matemática. Así, se consigue romperla.

¿Cuántas veces hay que barajar las cartas?

Querido lector, antes de seguir leyendo te propongo este acertijo: ¿Cuántas veces crees que es necesario mezclar una bajara de 52 cartas para que la distribución de éstas sea totalmente aleatoria, independientemente del estado de la baraja antes de comenzar a barajar?

Cuando estamos disputando una partida de cartas, es común que algún jugador que ha tenido una mala mano asegure que quien barajó no lo hizo correctamente. También es frecuente percatarse de que quien pierde más tiempo barajando no es otro que el que está teniendo peor suerte en la partida e intenta que ésta cambie mezclando a conciencia las cartas.

Pues bien, existe un estudio de dos matemáticos estadounidenses Persi Diaconis y David Bayer que en el año 1991 recurrieron a sistemas informáticos para estudiar este curiosos problema; la conclusión de este estudio fue que es suficiente con mezclar las cartas siete veces para que su distribución sea aleatoria dentro de una baraja de 52 naipes. Esto quiere decir que cualquier carta tiene la misma probabilidad de encontrarse en cualquier posición. Mezclar las cartas más de siete veces es innecesario y menos de siete resulta insuficiente.

La Martingala y la ruleta

La Martingala es un método para apostar en juegos de azar que surgió en Francia en el siglo XVIII, si bien en Estadística, se trata de un proceso estocástico. El primer uso que se le dio a este método aplicado a los juegos de azar fue para jugar a cara o cruz. El método consiste en multiplicar sucesivamente por una cantidad fija la apuesta realizada en la primera partida en caso de pérdida hasta ganar una vez. En el momento en el que se gana se obtiene un beneficio igual a la apuesta inicial. Entonces, se vuelve a hacer de nuevo la apuesta inicial.

En el juego de la ruleta que puede encontrarse en los casinos, la martingala consiste en apostar una cantidad, a un color. Si se pierde, se duplica la última apuesta al mismo color. En caso de volver a perder, se vuelve a duplicar la última apuesta al mismo color y así continúa el juego sucesivamente. En el momento en el que se gane una vez, se logra un beneficio igual a la apuesta inicial.

A modo de ejemplo:

- Apostamos 10€ al rojo y Sale Negro: Perdemos y duplicamos la apuesta.
- Apostamos 20€ al rojo y Sale Negro: Perdemos y duplicamos la apuesta.
- Apostamos 40€ al rojo y Sale Rojo: ¡Premio! Hemos ganado 80€, con lo que recuperamos los 70€ apostados (10€+20€+40€) y obtenemos 10€ de ganancia.

Este método está muy popularizado y muchas personas piensan que con él es fácil derrotar a la banca. Esto es engañoso y por ello es utilizado por muchos casinos para incitar a jugar a incautos. En el juego de la ruleta, la Martingala no funciona puesto que la banca siempre cuenta con presupuesto infinito, existe un tope de apuesta que llegado a él, habría que dejar de jugar y asumir las pérdidas y no se puede duplicar la apuesta aunque se disponga de más dinero.

Una secuencia desfavorable de jugadas puede acabar rápidamente con todo el dinero del jugador. Cuanto más se juega más tiende a aparecer esta secuencia. En términos estadísticos, la ruleta es un juego de esperanza negativa, o en otras palabras, desfavorable para el jugador. La culpa la tiene la casilla verde (el número cero) que desequilibra la balanza a favor de la banca.

Veamos una explicación matemática de este hecho:

Si definimos una ronda como una secuencia de pérdidas consecutivas seguida de una ganancia o de la bancarrota del jugador, después de cada ganancia, el jugador reinicia al valor inicial la cantidad apostada, y vuelve a jugar otra ronda. Una serie de apuestas siguiendo el método martingala es equivalente a una secuencia de rondas independientes.

Analicemos el valor esperado de una ronda. Para ello, definimos:

- q: probabilidad de perder (que en el caso de la ruleta es 20/38)
- B: cantidad inicial apostada
- N: cantidad máxima de dinero que el jugador puede permitirse perder (o que el casino acepte que juegue, en caso de ruletas con apuesta máxima)
- n: logaritmo en base 2 de N (es decir, N = 2n)

La probabilidad de que el apostante pierda las n apuestas consecutivas es qn. Cuando esto ocurre, la cantidad de dinero perdida es:

$$\sum_{i=1}^{n} B \cdot 2^{i-1} = B(2^n - 1)$$

La probabilidad de que el apostante no pierda las n apuestas es 1 − qn. Cuando esto ocurre, el apostante gana B (la apuesta inicial).

Por tanto, el beneficio esperado por ronda es:

$$(1 - q^n) \cdot B - q^n \cdot B(2^n - 1) = B(1 - (2q)^n)$$

Si q > 1/2, la expresión 1 − (2q)n < 0 para todo n > 0. Esto quiere decir que en este juego es más probable perder que ganar. En otras palabras, considerando las rondas, el apostante perderá dinero en media. Además, mientras más apueste, más perderá.

ALGUNAS PARADOJAS ESTADÍSTICAS

La Paradoja de los 2 sobres

Una persona participa en un concurso donde le ofrecen elegir entre dos cajas. Ambas contienen dinero y se sabe que una tiene el doble de dinero que la otra.

La paradoja que se plantea es la siguiente: supongamos que una de las cajas contiene una cantidad x. Entonces la otra caja puede tener o bien 2x o bien x/2. Como una cosa es igual de probable que la otra, la esperanza matemática de la cantidad que contiene la otra caja es $0{,}5*2x + 0{,}5*x/2 = 1{,}25x$

Esto es más que x, luego al concursante le vendría bien elegir la otra caja. ¡Pero el razonamiento puede hacerse exactamente igual con la otra caja! ¿Dónde está el fallo?

Esta es una de esas paradojas sobre las que es difícil que la gente se ponga de acuerdo y existen numerosas teorías sobre su explicación. La explicación que a continuación muestro es tan sólo una de ellas.

En el razonamiento que se sigue no hay motivo alguno para suponer que cuando aparece una cantidad x en una de las cajas la probabilidad de que la otra caja tenga el doble o la mitad es la misma. La razón de que no se tenga suficiente información sobre la forma en que se han repartido las cajas no es suficiente para deducir que la probabilidad sea la misma. Por ejemplo, si la suma de los premios es Q y la caja que elijo para hacer el razonamiento tuviese Q/2, entonces la probabilidad de que la otra caja tenga el doble de esto no es 1/2 sino 0. El razonamiento que se hace no tiene pues por qué ser cierto para cualquier valor de x.

Sorteo en programa de televisión

El siguiente dilema es bastante popular pero no por ello menos enigmático:

Dos programas de televisión sortean un gran premio. En el primero de los programas, hay 3 puertas cerradas. Detrás de una de ellas está el premio; detrás de las otras dos no hay nada. Tenemos la opción de elegir una puerta. Si aparece el premio, es nuestro. Si detrás de la puerta elegida no hay nada no ganamos nada. Así, la probabilidad de ganar es, claro está, 1/3.

El otro programa tiene un mecanismo diferente. Nuevamente hay 3 puertas y sólo una es la que contiene. Elegimos una de las puertas y enseguida el presentador del programa elige una de las 2 restantes. Nos dan entonces la siguiente opción: podemos quedarnos con la elección original o bien cambiar la decisión y pasar a la puerta que el presentador dejó libre. Hecha esta 2ª elección, ya no tenemos más oportunidades; abrimos la puerta elegida y sabremos si hemos ganado o perdido.

Lo que sí sabemos es que el presentador adopta el siguiente criterio: Si en 1ª instancia elegimos la puerta correcta, entonces el presentador elige al azar entre alguna de las otras 2. Si en primera instancia elegimos una puerta incorrecta, entonces se para delante de la otra y nos deja libre la puerta ganadora. Desde luego esta decisión la toma el presentador sin que sepamos si nosotros elegimos (en primera instancia) la puerta correcta o no.

Evidentemente, el dilema a resolver es: ¿En qué programa conviene participar? ¿Es indistinto? Si uno participa en el segundo programa, ¿qué estrategia conviene adoptar? ¿conviene conservar la decisión original o conviene cambiarla? ¿es indistinto?

La respuesta a este dilema es que conviene participar en el 2º programa y siempre optar por escoger la puerta que dejó libre el presentador. En este caso tendrá el doble de opciones de ganar que en el 1er programa. Veámoslo: Como ya se ha comentado, la probabilidad de escoger la puerta correcta en el primer intento es igual a 1/3. Por lo tanto la probabilidad de que la puerta correcta sea una de las restantes es igual a 2/3; que es igual a la probabilidad de que el presentador le deje libre la puerta ganadora. O sea, que si siempre se cambia de puerta la probabilidad de éxito es de 2/3 (el doble que en el primer programa).

A modo de colofón, quisiera finalizar este artículo con la siguiente reflexión distendida:

Un estadístico puede tener la cabeza en un horno y los pies inmersos en una palangana con hielo y en promedio el dirá que se siente muy bien. ●

Bibliografía

Casper Albers' thesis, Distributional Inference: The Limits of Reason, March 2003

http://www.snarkianos.com/index.html. Se trata de una lista de discusión en la Web, formada por interesados en intercambiar problemas y soluciones de juegos de ingenio

Theory and Decision, de Jordan Howard Sobel, (1994).

http://en.wikipedia.org. Tow Envelopes problem.

La evaluación de Lengua Castellana y Literatura en la Enseñanza Secundaria

Título: La evaluación de Lengua Castellana y Literatura en la Enseñanza Secundaria. **Target:** Profesores de Lengua y Literatura. **Asigantura:** Lengua Castellana y Literatura. **Autor:** Gema Lourdes García Elena, Licenciada en Filología Hispánica, Profesora de Lengua en Educación Secundaria.

La evaluación es un instrumento para desarrollar la práctica pedagógica. Su objetivo fundamental es la recogida sistemática de informaciones precisas y su posterior análisis que permita determinar el valor y el mérito de lo que se hace en el aula.

Este proceder no es gratuito, ya que tiene como finalidad el disponer de datos suficientes que te posibiliten la toma de decisiones, para aplicar ese análisis a la mejora de proceso de enseñanza-aprendizaje.